Résumé de la présoutenance

Angelot Behajaina

17 mai 2021

Cette thèse porte sur la théorie inverse de Galois. Traditionnellement, cette théorie est étudiée sur un corps commutatif K et la première question en est le problème inverse de Galois : pour tout groupe fini G, existe t-il une extension galoisienne L/K de groupe G ? Dans cette question, L est bien entendu un corps commutatif. Quant à la définition d'extension galoisienne L/K, la plus répandue est celle demandant que L/K soit algébrique, normale et séparable.

Nonobstant, il existe une notion d'extension galoisienne qui s'applique à tous les corps, commutatifs ou non. En effet, d'après Artin, une extension de corps L/H est galoisienne si le sous-corps de L laissé fixe sous l'action de $\mathrm{Aut}(L/H)$ est égal à H. Avec cette définition, la théorie inverse de Galois peut être étudiée sur tous les corps. Alors que le cas des corps commutatifs est étudié depuis Hilbert et Noether, il est frappant que, jusqu'à très récemment, personne ne se soit intéressé aux aspects non commutatifs de la théorie inverse de Galois.

Cette thèse contribue à la fois aux aspects commutatifs et non commutatifs de la théorie. D'abord, nous réalisons explicitement les groupes de quaternions généralisés à la fois sur $\mathbb{Q}(T)$ et sur $\mathbb{Q}$. Ensuite, nous généralisons un résultat de B. Deschamps et F. Legrand concernant le problème inverse de Galois sur les corps non commutatifs. Enfin, nous étendons les notions de problèmes de plongement aux corps quelconques et obtenons un analogue d'un résultat de Pop résolvant la conjecture de Dèbes-Deschamps sur les corps amples.