Autour du Problème Inverse de Galois Faible

Bruno DESCHAMPS — LMNO / Université du Maine

Résumé.— Le Problème Inverse de Galois sur un corps k, noté PIG_k, consiste à savoir si tout groupe fini apparait comme groupe de Galois d'une extension galoisienne de k. Pour $k = \mathbb{Q}$, une réponse affirmative à ce problème reste à ce jour l'une des plus célèbres conjectures irrésolues de la théorie des nombres.

Dans les années 80, Fried a montré que tout groupe fini apparaissait comme groupe d'automorphismes d'une extension de $\mathbb{Q}$. Ce résultat incite à considérer le *Problème Inverse de Galois Faible*, noté PIGF_k, problème où l'on remplace la notion de "groupe de Galois" par celle de "groupe d'automorphismes". Plusieurs améliorations du résultat de Fried ont été apportées ces dernières années. La meilleure, due à Legrand et Paran, est très récente et assure que le PIGF_k est vrai pour tout corps k hilbertien.

Les corps hilbertiens sont conjecturalement réputés satisfaire le PIG. Le résultat de Legrand et Paran ne permet donc pas de mesurer le fossé qui existe entre le PIG et son petit frère le PIGF. Dans cet exposé nous expliquerons comment construire de vastes familles de corps k pour lesquelles le PIGF_k est vrai alors que le PIG_k est faux. Il s'agit d'un travail en commun avec François Legrand.